

1. TEMA E OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Como representar um conjunto de dados? Medidas de tendência central (média, moda e mediana).

2. HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS

(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

3. OBJETO DE CONHECIMENTO

Medidas de tendência central e de dispersão.

4. DURAÇÃO

Cinco aulas.

5. DESENVOLVIMENTO

AULAS 1 E 2

Introduzindo média e mediana

Inicie discutindo o que é um conjunto de dados e como isso está presente no cotidiano: nos jornais, nas pesquisas, na gestão pública ou privada. Por exemplo, em uma escola, se a gestão quer avaliar o desempenho dos alunos, pode observar suas notas em todas as matérias; em uma cidade, se a Secretaria de Saúde quer saber sobre a saúde dos bebês nascidos nos últimos anos, pode observar o peso ao nascer; se um torcedor quer avaliar o desempenho de seu time de futebol, pode observar os gols marcados e os gols sofridos.

Porém, em todas essas situações e na maior parte das situações possíveis que envolvem um conjunto de dados, analisar todos os dados pode ser muito trabalhoso e demorar muito tempo para se tirar uma conclusão. Para um jornal esportivo, por exemplo, é mais interessante expressar em uma matéria o desempenho de um time de basquete com uma descrição mais resumida de seu comportamento do que usando todos os resultados dos jogos da temporada. Depois de apresentar essa explanação, pergunte aos alunos que informação poderia ser usada para cumprir esse objetivo. É muito provável que eles pensem em usar a média, o que faria bastante sentido em todos os exemplos dados.

Comente que essa é uma ótima ideia. A média aritmética de um conjunto de dados é uma medida de tendência central que, assim como outras, tem o objetivo de expressar algumas das principais informações desses dados,

fornecendo uma ideia dos valores assumidos. São três as medidas mais usadas: média aritmética, mediana e moda, as quais veremos a seguir.

Média aritmética

A média aritmética é a medida que expressa o valor que, se todos os dados fossem iguais, a soma total manteria igual. Por exemplo, um grupo de três amigos foi a um restaurante almoçar. João gastou R\$ 25, Maria gastou R\$ 21 e Carla gastou R\$ 26. A conta total deu R\$ 72. Se esses três amigos decidirem dividir a conta igualmente entre eles, cada um deverá pagar R\$ 24. Esse valor é a média dos gastos realizados e para ser calculado basta somar o que cada um gastou e dividir pelo número de pessoas.

Em outro exemplo, nas últimas cinco partidas, um time de futebol fez, respectivamente, 3, 1, 0, 4 e 2 gols, totalizando 10 gols. A média nessas cinco partidas foi de dois gols por partida. Se esse time tivesse feito dois gols em cada uma dessas cinco partidas, ao final teria feito os mesmos 10 gols da situação inicial.

A média, portanto, é a razão entre a soma de todos os valores do conjunto de dados e a quantidade de dados. Repare que a média só pode ser calculada quando se trata de variáveis numéricas. Escreva na lousa o algoritmo para o cálculo da média.

Proponha a resolução do exercício a seguir para fixação.

1. Calcule a média dos seguintes números:

- a) 10, 14 e 6.
- b) 91, 78, 83, 102 e 90.
- c) 45, 48, 48, 51, 39 e 48.

Média ponderada

Pergunte aos alunos como resolveram o item **c** do exercício anterior. O provável é que tenham somado normalmente todos os números e dividido por 6.

$$(45 + 48 + 48 + 51 + 39 + 48) / 6 = 279 / 6 = 46,5$$

Mostre que, como o número 48 aparece três vezes, em vez de ser somado três vezes, poderia ter sido multiplicado por 3. Em um conjunto de valores maior, no qual vários valores se repetem, pode-se multiplicar cada um deles pelo número de vezes que se repetiu. Por exemplo, a média dos números 12, 15, 15, 9, 12, 18, 9, 15, 12, 12, 15, 21, 9, 17, 18, 9 e 15 é:

$$(4 \times 12 + 5 \times 15 + 4 \times 9 + 2 \times 18 + 1 \times 21 + 1 \times 17) / (4 + 5 + 4 + 2 + 1 + 1) = 233 / 17 \cong 13,7$$

Nesse caso, também podemos chamar de média ponderada entre os números 12, 15, 9, 18, 21 e 17, em que os pesos de cada um desses valores são, respectivamente, 4, 5, 4, 2, 1 e 1.

Na média ponderada, multiplicamos cada valor pelo seu peso e dividimos pela soma dos pesos. É comum esse procedimento ser usado no cálculo das médias nas disciplinas nas escolas.

Apresente aos alunos o seguinte exemplo: Em uma turma de Matemática, a média do segundo bimestre vai ser composta por uma prova, um trabalho e duas atividades feitas em sala. O trabalho tem peso quatro, a prova tem peso três, a primeira atividade tem peso dois e a segunda tem peso um. Sabendo que Carlos tirou 6 na prova, 8 no trabalho, 9 na primeira atividade e 10 na segunda, qual foi a média de Carlos em Matemática nesse bimestre?

Outras medidas de tendência central: a mediana

Vimos então que a média aritmética de um conjunto de dados expressa o valor que cada dado teria se o total tivesse sido distribuído igualmente entre todos os dados. A média ponderada cumpre o mesmo papel, mas respeitando os pesos que cada dado tem. Porém, nem sempre a média é a melhor medida para se expressar o que deseja.

Retome com os alunos o exemplo dos três amigos que foram almoçar. Proponha uma situação em que logo que eles começaram a almoçar outros dois amigos chegaram para almoçar com eles, Fernanda e Daniel. Os dois acabaram de receber a notícia de que entrarão em férias na semana seguinte e querem comemorar. Entre bebidas e comidas, gastam 70 reais cada um. Pergunte aos alunos:

1. Qual é a média de gasto no almoço considerando os seis amigos?
2. Como a chegada de Fernanda e Daniel influenciou a média de gasto do grupo?
3. Dividir a conta por igual traria desvantagem para algum dos amigos?

Discuta com os alunos como dados muito discrepantes, que fogem de um padrão dentro de um conjunto de dados, podem distorcer a média.

Nesse caso, a média de gasto entre os cinco amigos foi de R\$ 42,20. Se dividissem a conta por igual, Fernanda e Daniel pagariam bem menos do que consumiram, e João, Maria e Carla pagariam bem mais do que consumiram.

Para expressar outras informações de um conjunto de dados, podem-se usar outras medidas de tendência central. Nesse caso, seria possível usar a mediana. Pergunte aos alunos se lembram-se dessa palavra ser usada em alguma outra área da Matemática. Lembre-lhes, por exemplo, de que a mediana de um triângulo divide o lado ao meio.

Em um conjunto de dados, a mediana é o termo central ao se ordenarem todos os termos (em ordem crescente ou decrescente). No exemplo dos amigos no restaurante, a mediana é 26. Isso significa que o número de amigos que gastou mais e menos que isso é o mesmo. A mediana não poderia ser usada para dividir a conta igualmente, pois ela não preserva a soma total dos dados. Mas expressa outra informação que em muitas situações pode ser bastante relevante.

Um dado muito discrepante em um conjunto de dados não altera tanto a mediana. Se Fernanda tivesse gastado 100 reais em vez de 60, a média aumentaria, mas a mediana se manteria igual.

Apresente outros exemplos aos alunos. Em geral, nas escolas o valor que representa a nota de cada aluno por bimestre em uma disciplina é a média (aritmética ou ponderada) de um conjunto de notas. O valor que representa a nota final é a média aritmética das notas dos bimestres.

Apresente-lhes o seguinte exemplo: Em certo bimestre, a professora de Física passou cinco atividades para a turma. A média final desse bimestre foi calculada por meio da média aritmética das notas nas cinco atividades. Fabiana tirou 5, 6, 0, 7 e 6,5 nessas atividades. Isso porque, no dia da terceira atividade, não estava muito bem, ficou nervosa e entregou a atividade em branco. Sua média final nesse bimestre foi 4,9 – abaixo da nota considerada satisfatória em seu colégio, que é 5. Porém, quatro das cinco notas foram maiores ou iguais a 5, e, quando avaliamos apenas a média, perdemos essa informação. Já a mediana das notas de Fabiana é 6, o que indica que ela teve duas notas acima de 6 e duas abaixo.

Pergunte aos alunos se eles perceberam que um conjunto de dados só tem um valor central se tiver um número ímpar de valores. E acrescente: Qual seria a mediana dos números 5, 4, 7, 8, 4 e 9? Deixe-os pensar um pouco, se ninguém sugerir calcular a média entre os dois valores centrais, mostre isso a eles.

AULA 3

Moda

Discuta com os alunos que a última medida de tendência central que estudarão é a moda. Pergunte-lhes o que acham que é essa medida, o que ela indica. Se não conseguirem dar um palpite inicial, pergunte o que é algo que está na moda e busque associar com sentido de moda do senso comum.

Apresente a moda de um conjunto de dados como o valor que aparece com a maior frequência. Se um conjunto de dados tem dois valores que aparecem com frequência máxima, ele é bimodal. Se tem mais de dois, é multimodal.

Como exemplo, peça que cada aluno informe sua idade e registre na lousa as idades diferentes e quantos alunos correspondem a cada uma. Como é uma turma de oitavo ano, é provável que a maior parte tenha 12 ou 13 anos. Um desses (ou os dois) deve ser a moda. Dê um tempo para que calculem também a mediana e a média dessas idades (observe que podem usar média ponderada). Dê outros exemplos, como a inicial do nome de cada aluno ou o mês em que nasceram. Registre esses dados na lousa e pergunte qual é a moda. Discuta com eles como nesses dois casos não é possível aplicar a média nem a mediana.

Peça que façam os exercícios do livro didático que envolvem o cálculo de média, moda e mediana. Eles devem resolvê-los em duplas para, assim, discutirem juntos as dúvidas.

AULAS 4 E 5

Elaboração de uma pesquisa censitária e apresentação

Como atividade final desse plano de aulas, proponha aos alunos que organizem uma pesquisa censitária na sala. Para isso, devem se dividir em grupos de 4 integrantes. Cada grupo deve escolher uma variável que ache relevante ou interessante, como altura de cada aluno, idade dos pais, quantidade de irmãos etc.

Devem organizar os dados que colheram em uma tabela ou gráfico (embora não seja parte do assunto desse plano de aulas, devem ter aprendido isso anteriormente e ser capazes de escolher qual gráfico é melhor para cada situação) e apresentar uma análise desses dados utilizando as medidas de tendência central. Essa apresentação deve ser feita para toda a turma na aula seguinte, utilizando a lousa ou um projetor se julgarem necessário.

6. RECURSOS

Lousa e projetor.

7. METODOLOGIA

Etapa 1: Aula expositiva.

Etapa 2: Atividade individual.

Etapa 3: Aula expositiva.

Etapa 4: Atividade em grupo (pesquisa e apresentação).

8. AVALIAÇÃO

Avalie a compreensão dos alunos a partir do desenvolvimento da pesquisa e apresentação. Saber calcular a média, a mediana e a moda é parte fundamental desta avaliação, mas dê bastante importância também para as conclusões que conseguirem tirar a partir dessas medidas.

Além disso, peça que respondam às questões do livro didático e lhe entreguem.